



Podstawy dynamiki i aeromechaniki multikopterów

Karta opisu przedmiotu

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Inżynieria multikopterów		Cykl dydaktyczny 2026/2027	
Edycja Wszystkie		Kod przedmiotu MIMSPS.P1.20163.26	
Jednostka organizacyjna Wydział Inżynierii Metali i Informatyki Przemysłowej		Języki wykładowe polski	
Poziom kształcenia Studia podyplomowe		Obligatoryjność Obowiązkowy	
Forma studiów Stacjonarne		Blok zajęciowy Studia podyplomowe	
Profil studiów Podyplomowe		Przedmiot powiązany z badaniami naukowymi Nie	
Koordinator przedmiotu	Andriy Milenin		
Prowadzący zajęcia	Andriy Milenin		
Okres Semestr 1	Forma zaliczenia Egzamin		Liczba punktów ECTS 4
	Forma prowadzenia i godziny zajęć Wykład: 10 Zajęcia warsztatowe: 8		

Cele kształcenia dla przedmiotu

C1	Przekazanie wiedzy z zakresu aerodynamiki wirnika oraz dynamiki lotu, ze szczególnym uwzględnieniem analitycznych zależności pomiędzy geometrią śmigła (średnicą, skokiem oraz liczbą łopat) a sprawnością generowania ciągu w różnych fazach lotu.
C2	Zapoznanie studentów z inżynierskimi metodami projektowania systemów wielowirnikowych, umożliwiającymi precyzyjny, obliczeniowy dobór parametrów układu napędowego (silników, regulatorów i akumulatorów) w korelacji z masą startową oraz specyficznymi wymaganiami misji operacyjnej.
C3	Uświadomienie słuchaczom znaczenia sztywności strukturalnej i mechaniki drgań w konstrukcji ramy, a także wykształcenie umiejętności analitycznego przewidywania zjawisk rezonansowych, które mają kluczowy wpływ na stabilność algorytmów sterowania i poprawność filtracji danych z czujników IMU.

Efekty uczenia się dla przedmiotu

Kod	Efekty w zakresie	Kierunkowe efekty uczenia się	Metody weryfikacji
Wiedzy - Student zna i rozumie:			
W1	Student zna i rozumie zasady aerodynamiki wirnika oraz matematyczne modele generowania ciągu, z uwzględnieniem wpływu parametrów geometrycznych śmigła, takich jak skok, średnica oraz liczba łopat, na charakterystykę lotną statku powietrznego.	IMSP_W01	Egzamin
W2	Student zna i rozumie mechanizmy powstawania drgań własnych i zjawisk rezonansowych w konstrukcjach wielowirnikowych oraz zasady doboru parametrów fizycznych ramy i napędu w celu zapewnienia stabilności strukturalnej platformy.	IMSP_W01, IMSP_W02	Egzamin
Umiejętności - Student potrafi:			
U1	wykonać obliczenia inżynierskie niezbędne do optymalnego doboru komponentów układu napędowego względem masy startowej oraz oszacować parametry operacyjne misji, w tym czas lotu i bilans energetyczny.	IMSP_U02	Wykonanie ćwiczeń
Kompetencji społecznych - Student jest gotów do:			
K1	krytycznej analizy i weryfikacji poprawności przeprowadzonych obliczeń technicznych, uznając priorytet bezpieczeństwa osób trzecich oraz mienia nad celami operacyjnymi podczas testowania i eksploatacji prototypów.	IMSP_K01	Egzamin

Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Wykłady.

1. Wprowadzenie do przedmiotu. Mechaniczne schematy multikopterów. Aerodynamika wirnika i fundamenty generowania ciągu (W2)
2. Mechanika struktur i analiza drgań w multikopterach. Sztywność materiałowa i geometryczna. Dynamika drgań. Modelowanie ramienia jako belki z masą skupioną (silnikiem). Obliczanie częstotliwości drgań własnych i unikanie rezonansów z prędkością obrotową silników. Wytrzymałość analityczna. (W2)
3. Charakterystyki elektryczne i mechaniczne napędu BLDC. Model matematyczny silnika: Stała KV, rezystancja wewnętrzna (R_i) oraz stała momentu obrotowego (K_t). Interakcja silnik-śmigło: Dobór obciążenia do charakterystyki prądowej silnika. Analiza sprawności jednostkowej (g/W). Dynamika regulatorów ESC: Wpływ częstotliwości odświeżania sygnału i

bezwładności rotora na czas odpowiedzi układu. (W2)

4. Modelowanie dynamiki lotu (6DOF) i stabilność. Kinematyka i dynamika bryły sztywnej: Macierze obrotu, układy współrzędnych (Body vs. Earth Frame), kąty Eulera. Momenty bezwładności (I): Analityczne wyznaczanie rozkładu mas komponentów (bateria, kamera, rama) i ich wpływ na responsywność (Angular Acceleration). Równania ruchu:

Wyprowadzenie sił i momentów sterujących dla układu Quad-X. (W2)

5. Projektowanie systemowe i bilans energetyczny misji. Zarządzanie energią: Charakterystyki rozładowania ogniw Li-Po/Li-Ion. Parametr C_{rate} i spadki napięcia pod obciążeniem. Optymalizacja pod misję: Metodyka doboru współczynnika TWR (Thrust-to-Weight Ratio) w zależności od przeznaczenia drona (wyścigowy, inspekcyjny, transportowy). Analityczne szacowanie czasu lotu: Modele zużycia energii w zawisie i locie postępowym.

Warsztaty:

1. Obliczeniowy dobór napędu i analiza TWR. Wyznaczanie masy startowej (MTOW) na podstawie zestawienia komponentów. Obliczanie wymaganego ciągu maksymalnego dla zadanych parametrów dynamiki (np. TWR = 8:1). Cel: Dobór optymalnego zestawu silnik-śmigło z wykorzystaniem dokumentacji technicznej i wzorów analitycznych. (WAR2)

2. Inżynieria śmigieł – optymalizacja parametrów skoku i liczby łopat. Analiza porównawcza różnych geometrii śmigieł (np. 5x4x3 vs 5x4.8x3). Obliczanie teoretycznego zapotrzebowania na moment obrotowy i prąd przy zadanych obrotach. Cel: Zrozumienie kompromisu między prędkością maksymalną a czasem lotu i momentem hamującym.

3. Projektowanie instalacji wysokoprądowej i bilans mocy. Obliczanie przekrojów przewodów zasilających (AWG) dla prądów szczytowych. Wyznaczanie strat mocy na rezystancji połączeń i dobór odpowiednich złączy (XT30/60/90). Cel: Zapewnienie bezpieczeństwa elektrycznego i minimalizacja spadków napięcia w układzie.

4. Analiza sygnatury wibracyjnej i projektowanie filtracji. Praca z logami lotowymi (Blackbox). Identyfikacja częstotliwości pasożytniczych generowanych przez silniki i strukturę ramy. Cel: Praktyczne wykorzystanie wiedzy o drganiach własnych do konfiguracji filtrów programowych (Notch, Lowpass) w kontrolerze lotu w celu eliminacji szumów.

Nakład pracy studenta

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane aktywności
Wykład	10
Zajęcia warsztatowe	8
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	60
Przygotowanie do zajęć	40
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 118
Liczba godzin kontaktowych	Liczba godzin 18

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Treści programowe

Lp.	Treści programowe	Efekty uczenia się dla przedmiotu	Formy prowadzenia zajęć
1.	1. Wprowadzenie do przedmiotu. Mechaniczne schematy multikopterów. Aerodynamika wirnika i fundamenty generowania ciągu (2g) 2. Mechanika struktur i analiza drgań w multikopterach. Sztywność materiałowa i geometryczna. Dynamika drgań. Modelowanie ramienia jako belki z masą skupioną (silnikiem). Obliczanie częstotliwości drgań własnych i unikanie rezonansów z prędkością obrotową silników. Wytrzymałość analityczna. (2g) 3. Charakterystyki elektryczne i mechaniczne napędu BLDC. Model matematyczny silnika: Stała KV, rezystancja wewnętrzna (R_i) oraz stała momentu obrotowego (K_t). Interakcja silnik-śmigło: Dobór obciążenia do charakterystyki prądowej silnika. Analiza sprawności jednostkowej (g/W). Dynamika regulatorów ESC: Wpływ częstotliwości odświeżania sygnału i bezwładności rotora na czas odpowiedzi układu. (2g) 4. Modelowanie dynamiki lotu (6DOF) i stabilność. Kinematyka i dynamika bryły sztywnej: Macierze obrotu, układy współrzędnych (Body vs. Earth Frame), kąty Eulera. Momenty bezwładności (I): Analityczne wyznaczanie rozkładu mas komponentów (bateria, kamera, rama) i ich wpływ na responsywność (Angular Acceleration). Równania ruchu: Wyprowadzenie sił i momentów sterujących dla układu Quad-X. (2g) 5. Projektowanie systemowe i bilans energetyczny misji. Zarządzanie energią: Charakterystyki rozładowania ogniw Li-Po/Li-Ion. Parametr C-rate i spadki napięcia pod obciążeniem. Optymalizacja pod misję: Metodyka doboru współczynnika TWR (Thrust-to-Weight Ratio) w zależności od przeznaczenia drona (wyścigowy, inspekcyjny, transportowy). Analityczne szacowanie czasu lotu: Modele zużycia energii w zawisie i locie postępowym. (2g)	W1, W2	Wykład

Lp.	Treści programowe	Efekty uczenia się dla przedmiotu	Formy prowadzenia zajęć
2.	1. Obliczeniowy dobór napędu i analiza TWR. Wyznaczanie masy startowej (MTOW) na podstawie zestawienia komponentów. Obliczanie wymaganego ciągu maksymalnego dla zadanych parametrów dynamiki (np. TWR = 8:1). Cel: Dobór optymalnego zestawu silnik-śmigło z wykorzystaniem dokumentacji technicznej i wzorów analitycznych. (2g) 2. Inżynieria śmigieł – optymalizacja parametrów skoku i liczby łopat. Analiza porównawcza różnych geometrii śmigieł (np. 5x4x3 vs 5x4.8x3). Obliczanie teoretycznego zapotrzebowania na moment obrotowy i prąd przy zadanych obrotach. Cel: Zrozumienie kompromisu między prędkością maksymalną a czasem lotu i momentem hamującym. (2g) 3. Projektowanie instalacji wysokoprądowej i bilans mocy. Obliczanie przekrojów przewodów zasilających (AWG) dla prądów szczytowych. Wyznaczanie strat mocy na rezystancji połączeń i dobór odpowiednich złączy (XT30/60/90). Cel: Zapewnienie bezpieczeństwa elektrycznego i minimalizacja spadków napięcia w układzie. (2g) 4. Analiza sygnatury wibracyjnej i projektowanie filtracji. Praca z logami lotowymi (Blackbox). Identyfikacja częstotliwości pasożytniczych generowanych przez silniki i strukturę ramy. Cel: Praktyczne wykorzystanie wiedzy o drganiach własnych do konfiguracji filtrów programowych (Notch, Lowpass) w kontrolerze lotu w celu eliminacji szumów. (2g)	U1, K1	Zajęcia warsztatowe

Informacje rozszerzone

Metody i techniki kształcenia :

Wykład, Metoda warsztatowa (ang. workshop), Dyskusja

Rodzaj zajęć	Metody zaliczenia	Warunki zaliczenia przedmiotu
Wykład	Egzamin	
Zajęcia warsztatowe	Wykonanie ćwiczeń	

Dodatkowy opis

Ten przedmiot to „maszynownia” całego procesu projektowego. Bez zrozumienia aeromechaniki, praca w programach CAD czy strojenie PID-ów jest jedynie działaniem „po omacku”. Tutaj nauczysz się języka fizyki, który pozwala przewidzieć zachowanie maszyny, zanim jeszcze podłączysz zasilanie. Kluczowe aspekty praktyczne w pracy inżyniera: - Optymalizacja zamiast zgadywania: W pracy zawodowej nikt nie kupuje pięciu kompletów silników, by sprawdzić, które zadziałają. Nauczysz się wyliczać punkt pracy napędu, rozumiejąc zależność między geometrią śmigła a ciągiem statycznym i dynamicznym. Dowiesz się, jak dobrać współczynnik obciążenia tarczy (Disk Loading), aby Twój dron nie tylko latał, ale robił to efektywnie. - Bezpieczeństwo i stabilność w stanach krytycznych: Ta wiedza pozwala projektować bezpieczniejsze procedury lotu autonomicznego (np. dla dronów dostawczych), gdzie automatyka musi unikać wejścia we własny pierścień wirowy. - Projektowanie pod konkretny profil misji: Inaczej projektuje się drona, który ma wisieć w miejscu przez 40 minut (inspekcja), a inaczej maszynę, która musi utrzymać sterowność przy prędkości 150 km/h (wyścigi/interceptory). Kurs uczy, jak dobrać parametry fizyczne, by maszyna była „posłuszna” w swoim naturalnym środowisku operacyjnym.

Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu

Samodzielna praca i zaliczenie zaległych zajęć w formie ustnej.

Sposób obliczania oceny końcowej

$$OK = OE \cdot 0.6 + OW \cdot 0.4$$

Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach

Samodzielna praca i zaliczenie zaległych zajęć w formie ustnej.

Wymagania wstępne i dodatkowe

Podstawy mechaniki i wytrzymałości materiałów, fizyka.

Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa

Obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa (zalecana).

Literatura

Obowiązkowa

1. S. Mahony, V. Kumar, P. Corke "Multirotor Aerial Vehicles: Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor" 2012, DOI:10.1109/MRA.2012.2206474
2. Randal W. Beard Timothy, W. McLain "Navigation, Guidance, and Control of Small and Miniature Air Vehicles", <https://www.et.byu.edu/~beard/classes/ece674/uavbook.pdf>

Dodatkowa

1. <https://ardupilot.org/dev/docs/simulation-2.html>
2. Milenin, A. Experimental Analysis of an AZ31 Magnesium Alloy Structural FPV Drone Frame: Comparison with Aluminum and Carbon Fiber. Processes 2026, 14, 1361. <https://doi.org/10.3390/pr14091361>

Kierunkowe efekty uczenia się

Kod	Treść
IMSP_K01	Jest gotów do przyjmowania odpowiedzialności za bezpieczeństwo własne, osób trzecich oraz mienia podczas wykonywania operacji lotniczych i testowania prototypów.
IMSP_U02	Potrafi skonfigurować, zaprogramować i zoptymalizować jednostkę sterującą (Flight Controller) oraz dobrać optymalny układ napędowy do założeń misji.
IMSP_W01	Zna budowę oraz zasadę działania wielowirnikowych statków powietrznych oraz rozumie fizyczne aspekty generowania siły nośnej i stabilizacji lotu.
IMSP_W02	Zna i rozumie właściwości materiałów konstrukcyjnych (kompozytów, metali lekkich) oraz potencjał i ograniczenia technologii wytwarzania przyrostowego (druku 3D) w prototypowaniu multikopterów.